



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
Программа дисциплины ОД.А.03 «Избранные главы теории вероятностей»
Специальность— 01.01.05; (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17;05.13.18; 05.12.13
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича
Российской академии наук
ИППИ РАН**

Рабочая программа дисциплины

аспирантура ОД.А.03 «Избранные главы теории вероятностей»
Специальность 01.01.05; (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17;05.13.18; 05.12.13
05.12.13

Разработчик программы:

К.т.н. А. А. Сафонов, д.ф.-м.н. А. Н. Соболевский

Одобрена на заседании УС

«01» июня 2016 г.

Председатель УС

В.И.Венец (подпись)



Москва, 2016 г.



Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.03 «Избранные главы теории вероятностей» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов, обучающихся по специальности 01.01.05; (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17; 05.13.18; 05.12.13

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению подготовки 11.06.01 для специальности 01.01.05; (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17; 05.13.18; 05.12.13
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности 01.01.05; (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17; 05.13.18; 05.12.13

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины - освоение студентами избранных глав теории вероятностей, в частности, теории массового обслуживания и теории случайных процессов.

Задачи: фундаментальная подготовка студентов в двух областях теории вероятностей: теории массового обслуживания (ТМО) и теории случайных процессов (ТСП); построение у студентов навыков применения ТМО и ТСП в исследовании телекоммуникационных сетей и систем; оказание консультаций студентам в проведении собственных теоретических и экспериментальных исследований телекоммуникационных сетей и систем.

2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц (108 час.).

2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Избранные главы теории вероятностей	108	36	18		18		72	экзамен

2.2. Содержание дисциплины

1. Элементарные и составные события. Дискретные случайные величины, их распределения и совместные распределения, моменты. Маргинальные и условные распределения. Независимые случайные величины. Производящие функции распределения вероятности и моментов. Поведение производящих функций, мат. ожидания и дисперсии при сложении независимых

случайных величин. Вывод биномиального распределения методом производящих функций. Вывод распределения Пуассона из биномиального распределения методом производящих функций.

2. Непрерывные случайные величины. Кумулятивная функция распределения вероятности (к.ф.р.), функция плотности вероятности (ф.п.в.) и характеристическая функция распределения вероятности (х.ф.). Абсолютно непрерывные и сингулярные распределения. Совместное распределение, маргинальные и условные распределения в непрерывном случае, формула полной вероятности, независимость. Поведение х.ф., мат. ожидания и дисперсии при сложении случайных величин. Логарифм х.ф. (характеристический показатель) и кумулянты случайной величины. Экспоненциальное распределение, его характеристическое свойство («сколько ни ждешь, осталось ждать еще столько же»). Гамма-распределение как сумма экспоненциальных распределений.
3. Классификация потоков событий. Пуассоновский поток. Поток Пальма. Прореживание пуассоновских потоков. Помеченный пуассоновский поток. Суперпозиция пуассоновских потоков.
4. Основные понятия теории массового обслуживания. Формула Литтла. Система M/MU1. Передача в канале без шума и длиной пакетов с экспоненциальным распределением как система M/M/1. Оценка среднего времени ожидания пакета в очереди.
5. Передача пакетов равной длины по беспроводному каналу с белым шумом как система В/В/1. Входной поток малой интенсивности как оп- off-процесс, передача по каналу как бернуллиевский процесс с вероятностью р, отражающей уровень шума в канале. Оценка среднего и дисперсии времени передачи пакета и пропускной способности канала в зависимости от уровня шума.
6. Система M/G/1. Оценка среднего времени ожидания пакета в очереди методом производящих функций.
7. Предельные теоремы. Среднее выборки и дисперсия выборки. Неравенства Маркова, Чебышева, закон больших чисел. Слабая сходимости случайных величин. Непрерывность х.ф. относительно слабой сходимости (без доказательства, но с обсуждением основных идей). Центральная предельная теорема (вывод с помощью х.ф.). Закон больших чисел в форме Хинчина (через х.ф.),
8. Нормальное распределение и распределение хи-квадрат. Нормальное распределение, гауссовы векторы. Распределение хи-квадрат, число его степеней свободы. Критерий хи-квадрат. Пример проверки статистической гипотезы: бомбардировки Лондона (по В. Фелдеру)
9. Цепь Маркова с конечным числом состояний. Граф цепи Маркова и матрица вероятностей перехода. Стационарное распределение цепи Маркова. Принцип детального равновесия, обратимые цепи Маркова.
10. Моделирование процесса переключения сигнально-кодовых конструкций при передаче в беспроводном канале цепью Маркова. Оценка стационарных вероятностей передачи на каждой СКК.
11. Обнаружение сетей (network discovery) с помощью биконов. Передача биконов без прослушивания (метод ALOHA) и с прослушиванием беспроводной среды (метод CSMA/CA). Оценка вероятности успешной передачи бикона и среднего числа биконов, переданных за окно

передачи.

12. Эргодическая теорема для цепей Маркова. Существование и единственность стационарного распределения в общей неприводимой непериодической цепи Маркова.
13. Вероятностное пространство, алгебра событий, процессы и потоки алгебр.
14. Случайное блуждание и процесс Винера как его предел.
15. Описание статистики случайного процесса в терминах корреляционных функций. Теорема Колмогорова (без доказательства).
16. Марковские процессы. Уравнение Смолуховского. Диффузионные процессы и уравнение Фоккера-Планка (с выводом).
17. Краевые условия для уравнения Фоккера-Планка. Распределение времени выхода. Равновесное распределение вероятности, обратимость, распределение Гиббса.
18. Марковские процессы со скачками. Уравнение Колмогорова-Феллера.
19. Уравнение Ланжевена. Процесс Орнштейна-Уленбека.
20. Стохастические дифференциальные уравнения. Стохастическое дифференциальное исчисление по Ито и по Стратоновичу.
21. Спектральное разложение случайной функции. Стационарные случайные функции, спектральное условие стационарности.
22. Теорема Винера-Хинчина. Формула Найквиста, "белый" и "цветной" шум.
23. Стационарные случайные процессы и эргодическая теория динамических систем.

Контрольные вопросы

1. Распределение вероятности на множестве натуральных чисел: каким условиям удовлетворяет, как задается (перечислите все известные вам способы), какими параметрами может быть охарактеризовано.
2. Распределение вероятности на числовой прямой: каким условиям удовлетворяет, как задается (перечислите все известные вам способы), какими параметрами может быть охарактеризовано.
3. Совместное распределение вероятности нескольких случайных величин. Маргинальные и условные распределения, независимость.
4. Моменты и кумулянты случайных величин: определения и формулы для выражения одних через другие.
5. Потоки событий, марковское свойство и рекуррентность.
6. Основные понятия теории массового обслуживания.
7. Передача в канале без шума и длиной пакетов с экспоненциальным распределением как система M/M/1.
8. Передача пакетов равной длины по беспроводному каналу с белым шумом как система В/В/1.
9. Система M/G/1. Оценка среднего времени ожидания пакета в очереди методом производящих функций.
10. Закон больших чисел (формулировка и доказательство при помощи неравенства Чебышева).
11. Центральная предельная теорема (формулировка и доказательство сходимости к характеристической функции нормального распределения).
12. Серия однотипных вопросов о каждом из основных распределений, встречающихся при

решении задач: биномиальное, распределение Пуассона, геометрическое, отрицательное биномиальное, экспоненциальное, гамма-распределение, нормальное распределение, распределение хи-квадрат, распределение Коши. Для каждого распределения надо дать определение или описание вероятностного эксперимента, приводящего к появлению случайной величины, распределенной по данному закону, вид функции плотности вероятности и характеристической функции, формулы для основных статистических характеристик (мат. ожидание, дисперсия, кумулянты первых четырех порядков).

13. Цепь Маркова с конечным числом состояний: определение при помощи помеченного графа и матрицы, вероятности перехода и маргинальные вероятности, стационарные распределения.
14. Моделирование процесса переключения сигнально-кодowych конструкций при передаче в беспроводном канале цепью Маркова.
15. Передача биконов без прослушивания беспроводной среды (метод ALOHA)
16. Передача биконов с прослушиванием беспроводной среды (метод CSMA/CA)
17. Эргодическая теорема для цепей Маркова: классификация состояний и доказательство для неприводимой нециклической цепи.

3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов.

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебнометодические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Ширяев А.Н, Вероятность. Любое издание.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Любое издание.

Дополнительная литература

1. Ван Кампен Н.Г. Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высшая школа. 1990.
2. Гардинер К.В. Стохастические методы в естественных науках. М.: Мир, 1986.
3. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1986.

Интернет-ресурсы

1. Markov process. Encyclopedia of Mathematics. URL:
http://www.encyclopediaofmath.org/index.php?title=Markov_process&oldid=37905 (версия от 14 марта 2016 г.)
2. Kempthorne P. Mathematical Statistics. MIT OpenCourseWare course. URL:
<https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-655-mathematical-statistics-spring-2016/> (весна 2016 г.)
3. Polyanskiy Y. Information Theory. MIT OpenCourseWare course. URL:
<https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-441-information-theory-spring-2016/> (весна 2016 г.)

Пособия и методические указания

Рекомендуются следующие сборники задач:

1. Ширяев А. Н. Задачи по теории вероятностей. М.: МЦНМО, 2011.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Любое издание (разделы задач в конце каждой главы).
3. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О, Конкретная математика: Основание информатики. М.: Мир, 1998. Гл. 7, 8 и задачи к ним.
4. Ван Кампен Н. Г. Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высшая школа, 1990 (разделы задач в конце каждой главы).

Авторы

К.т.н. А. А. Сафонов, д.ф.-м.н. А. Н. Соболевский



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
Программа дисциплины ОД.А.04 «Введение в теорию случайных процессов»
Специальность 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича
Российской академии наук
ИППИ РАН**

Рабочая программа дисциплины

ОД.А.04 «Введение в теорию случайных процессов»
Специальность 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

Разработчик программы: д.ф.-м.н. М.Л.Бланк

Одобрена на заседании УС
«03» сентября 2019г.

Председатель УС

В.И.Венен (подпись)



Москва, 2019 г.



Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.04 «Введение в теорию случайных процессов» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 01.01.02 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Курс является продолжением стандартного курса по теории вероятностей (связанного в основном с комбинаторикой) и предназначен для первоначального ознакомления с теорией случайных процессов.

Уделяется особое внимание связи этой теории с функциональным анализом и общей теорией меры. Курс ориентирован магистрантов и аспирантов.

2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 час.).

2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Введение в теорию случайных процессов	108	36	18		18		72	экзамен

2.2. Содержание курса:

1. Понятие случайного процесса.
2. Элементы случайного анализа.
3. Корреляционная теория случайных процессов.
4. Марковские процессы с дискретным и непрерывным временем.
5. Винеровский и пуассоновский процессы.



6. Стохастический интеграл. Формула Ито.
7. Суб/супер)мартингалы.
8. Инфинитезимальный оператор полугруппы.
9. Стохастическая устойчивость динамических систем.
10. Большие отклонения в марковских процессах и хаотической динамике.
11. Нелинейные марковские процессы.

3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

Литература

1. D. Stirzaker. Elementary probability, Cambridge University Press, 2003.
2. А.Д. Вентцель. Курс теории случайных процессов. М.: Наука. Физматлит, 1996
3. N.V. Krylov. Introduction to the theory of random processes. AMS. V.43, 2002.
4. Б. Оксендаль. Стохастические дифференциальные уравнения, Москва, 2003
5. А.Н. Ширяев. Вероятность, 2 т. МЦНМО, 2007.

Автор: д.ф.-м.н. М.Л.Бланк



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
Программа дисциплины ОД.А.05 «Введение в эргодическую теорию»
Специальность 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича
Российской академии наук
ИППИ РАН**

Рабочая программа дисциплины

ОД.А.05 «Введение в эргодическую теорию»
Специальность 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

Разработчик программы: д.ф.-м.н. М.Л.Бланк

Одобрена на заседании УС
«03» сентября 2019г.

Председатель УС

В.И.Венец (подпись)



Москва, 2019 г.



Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Введение в эргодическую теорию» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Курс ориентирован на аспирантов. Можно ли отличить детерминированную хаотическую динамику от чисто-случайной и имеет ли этот вопрос смысл? Влияет ли необратимость динамики на качественные характеристики процесса? Эргодическая теория изучает эти и другие статистические свойства динамических систем. Интерес к этой проблематике связан с тем, что "типичные" детерминированные динамические системы (например, дифференциальные уравнения) демонстрируют хаотическое поведение: их траектории выглядят как реализации случайных процессов. Мы начнем с классических результатов Пуанкаре, Биркгофа, Хинчина, Колмогорова и дойдем до современных постановок (в том числе и нерешенных) задач. Естественным его продолжением является сколковский курс "Динамика и эргодическая теория". Предварительных знаний кроме курса мат. анализа не требуется (хотя они и желательны).

2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единицы (180 час.).

2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Введение в эргодическую теорию	180	90	45		45		90	экзамен

2.2. Содержание курса:

1. Динамические системы: траектории, инвариантные множества, простые и странные аттракторы и их классификация, хаотичность.



2. Топологические свойства измеримой динамики.
3. Действие в пространстве мер, понятие трансфер-оператора, инвариантные меры. Сравнение со случайными марковскими процессами.
4. Эргодичность, теорема Биркгофа, перемешивание, ЦПТ. Меры Синая-Боуэна-Рюэлля и естественные/наблюдаемые меры.
5. Основные эргодические конструкции: прямые и косые произведения, производное и интегральное отображения, естественное расширение и проблема необратимости.
6. Эргодический подход к задачам теории чисел.
7. Энтропия: метрический и топологический подходы.
8. Операторный формализм. Спектральная теория динамических систем. Банаховы пространства мер, случайные возмущения.
9. Многокомпонентные системы: синхронизация и фазовые переходы.
- 10. Математические основания численного моделирования хаотической динамики.

3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

Литература

1. М. Бланк. ``Устойчивость и локализация в хаотической динамике'', МЦНМО, Москва, 2001.



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
Программа дисциплины ОД.А.05 «Введение в эргодическую теорию»
Специальность 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

2. И.П. Корнфельд, Я.Г. Синай, С.В. Фомин. ``Эргодическая теория'', Наука, Москва, 1980.
3. А. Katok, В. Hasselblatt. ``Introduction to the modern theory of dynamical systems'', 1995.

Автор: д.ф.-м.н. М.Л.Бланк



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
Программа дисциплины ОД.А.05 «Введение в теорию стохастических
дифференциальных уравнений»
Специальность 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича
Российской академии наук
ИПТИ РАН**

Рабочая программа дисциплины

ОД.А.05 «Введение в теорию стохастических дифференциальных уравнений»
Специальность 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

Разработчик программы: д.ф.-м.н. А.Ю.Веретенников

Одобрена на заседании УС
«03» сентября 2019г.

Председатель УС

В.И.Венец (подпись)



Москва, 2019 г.



Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Введение в теорию стохастических дифференциальных уравнений» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Основной целью курса - вводятся понятия и изучаются свойства стохастического интеграла, формулы Ито, стохастических дифференциальных уравнений и стохастического исчисления вариаций и марковского свойства решений в теореме Ито о существовании.

2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180час.).

2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Введение в теорию стохастических дифференциальных уравнений	180	90	45		45		90	экзамен

2.2. Содержание курса:

1. Винеровские процессы: их построение и свойства.
2. Стохастический интеграл. Введение в стохастические дифференциальные уравнения. Мартингалы, семимартингалы и простейшие неравенства для них.
3. Формула Ито для стохастического дифференциала функции.
4. Теорема Ито о существовании и сильной единственности решений стохастических дифференциальных уравнений.



5. Стохастическая экспонента, теорема Гирсанова и способ построения слабых решений стохастических дифференциальных уравнений.
6. Оценки моментов для решений стохастических дифференциальных уравнений, зависимость решений от параметров и начальных данных, марковское свойство.
7. Связь стохастических дифференциальных уравнений с решениями дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
8. Сильные и слабые решения стохастических дифференциальных уравнений; сильная и слабая единственность; существование слабых решений, принцип Ямада-Ватанабе. Уравнения с отражением.
9. Теоремы о сильной единственности и о сильных решениях. Теоремы сравнения. Строго марковское свойство решений.
10. Функции Ляпунова и рекуррентные свойства решений стохастических дифференциальных уравнений. Принцип Харриса-Хасьминского, сходимости к инвариантной мере, применение неравенства Харнака.
11. Оценки скорости сходимости к инвариантной мере; некоторые их применения.
12. Проблема гладкости плотности решений стохастических дифференциальных уравнений и связь с анализом Фурье (с характеристическими функциями); дифференцирование решений стохастических дифференциальных уравнений по параметру/по начальным данным.
13. Матрица Маллявэна; доказательство непрерывности плотности решения стохастических дифференциальных уравнений.
14. Лемма Норриса о невырожденности матрицы Маллявэна и метод Кусуоки-Струка; доказательство гладкости плотности.

3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

Литература



1. Н.В.Крылов, Введение в теорию случайных процессов, части 1, 2, МГУ, 1986-1987 (lib.mexmat.ru)
2. А.В.Булинский, А.Н.Ширяев, Теория случайных процессов. ФИЗМАТЛИТ, 2005.
3. А.Д.Вентцель. Курс теории случайных процессов. (2-е изд., доп.—М.: Наука. Физматлит, 1996).
4. MAGIC: Stochastic Processes (MAGIC065), 2011/12, <http://maths-magic.ac.uk/course.php?id=205>.
5. С. Ватанабэ, Н. Икэда, Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы, М., Мир, 1984. (lib.mexmat.ru)
6. Р. З. Хасьминский, Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. М., Наука, 1969. (lib.mexmat.ru)
7. N.V. Krylov. Introduction to the theory of random processes. AMS 2002.

Автор: д.ф.-м.н. А.Ю.Веретенников



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
Программа дисциплины ОД.А.04 «Методология научных исследований»
Специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление»
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича
Российской академии наук
ИППИ РАН**

Рабочая программа дисциплины

ОД.А.04 «Методология научных исследований»
Специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление»
аспирантура

Разработчик программы: д.ф.-м. н. А.М. Красносельский

Одобрена на заседании УС
«03» сентября 2019г.

Председатель УС

В.И.Венец

(подпись)



Москва, 2019 г.



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
Программа дисциплины ОД.А.05 «Скачкообразные марковские процессы и
нелокальные операторы»
Специальность-01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича
Российской академии наук
ИППИ РАН**

Рабочая программа дисциплины

ОД.А.05 «Скачкообразные марковские процессы и нелокальные операторы.»
Специальность 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика»
аспирантура

Разработчик программы: Е.А. Жижина

Одобрена на заседании УС
«03» сентября 2019 г.

Председатель УС

В.И.Венец



Москва, 2019 г.



Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Скачкообразные марковские процессы и нелокальные операторы» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» для специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Цели и задачи освоения дисциплины

В курсе планируется рассказать о нелокальных операторах, которые являются генераторами таких скачкообразных процессов, и изучить поведение (особенно на больших временах) этих процессов. Изучение скачкообразных марковских процессов является одной из активно изучаемых задач современной науки.

Интерес к этой теме объясняется тем, что такие процессы являются нелокальным аналогом диффузионных процессов, где дифференциальные операторы заменяются нелокальными операторами, а именно интегральными операторами со специальным ядром сверточного типа. Такое представление, в частности, учитывает нелокальные свойства среды, в которой диффузия распространяется.

Одним из важных приложений таких процессов является популяционная динамика. Исследование макроскопических характеристик сложных биологических систем и моделей популяционной динамики сводится, в частности, к изучению эволюции первой корреляционной функции, описывающей плотность популяции системы.

Особенностью соответствующего уравнения является его нелокальность по пространственным переменным, причем ядро нелокального оператора имеет сверточный тип. При исследовании поведения решений нелокальных эволюционных уравнений на больших временах становится актуальной задача о поточечных асимптотиках соответствующих фундаментальных решений.



2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180час.).

2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Скачкообразные марковские процессы и нелокальные операторы	180	90	45		45		90	экзамен

2.2. Содержание курса:

1) Свойства операторов сверточного типа, которые являются генераторами скачкообразных марковских процессов.

Оператор свертки и усреднение сверточных операторов (что эквивалентно локальной предельной теореме для однородных скачкообразных марковских процессов).

2) Асимптотика плотности распределения за большое время для скачкообразного процесса с независимыми приращениями.

Сравнение с фундаментальным решением обычного уравнения теплопроводности (т.е. «локального» фундаментального решения), особенно в области больших и супер-больших отклонений.

3) Скачкообразные марковские процессы в периодической, высоко-контрастной и случайных средах.

4) Усреднение соответствующих генераторов скачкообразных процессов.

5) Скачкообразные марковские процессы со сносом, их асимптотические свойства: вычисление эффективной скорости и диффузионной матрицы.

3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а



также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

Литература

Литература:

1. Andreu-Vaillo, F., Mazon, J.M., Rossi J.D., Toledo-Melero, J.J., Nonlocal Diffusion Problems, AMS, 2010.
2. Chasseigne, E., Chaves, M., Rossi, J.D., Asymptotic behavior for nonlocal diffusion equations, J. Math. Pures Appl., Vol. 86 (2006) 271--291.
3. Yu. Kondratiev, S. Molchanov, S. Pirogov, E. Zhizhina, On ground state of some non local Schrodinger operator. *Applicable Analysis*, 96 (8), 2017, pp. 1390-1400, <http://dx.doi.org/10.1080/00036811.2016.1192138>.
4. A. Piatnitski, E. Zhizhina, Periodic homogenization of non-local operators with a convolution type kernel, *SIAM J. Math. Anal.* Vol. 49, No. 1, p. 64-81, 2017.
5. Piatnitski, A. & Zhizhina, E., Scaling limit of symmetric random walk in high-contrast periodic environment, *Journal of Statistical Physics*, 169(3), 595-613 (2017) DOI 10.1007/s10955-017-1883-y
6. A. Grigor'yan, Yu. Kondratiev, A. Piatnitski and E. Zhizhina, Pointwise estimates for heat kernels of convolution type operators, *Proc. London Math. Soc.* (4), 117 (2018), 849-880, dx.doi.org/10.1112/plms.12144

Автор: Жижина Е.А.