





Институт проблем передачи информации им.А.А.Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.03 «Оптимизация и математическое программирование»  
Специальность 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика  
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича  
Российской академии наук  
ИППИ РАН**

### **Рабочая программа дисциплины**

ОД.А.03 «Оптимизация и математическое программирование»

для специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика  
и специальности 05.13.18 -математическое моделирование, численные методы и комплексы  
программ

аспирантура

Разработчик программы:  
Д.ф.-м.н., профессор Г.Г. Магарил-Ильяев

Одобрена на заседании УС  
«03» *сентябрь* 2018 г.  
Председатель УС  
В.И.Венец (подпись)



Москва, 2018





## 1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа ОД.А.04 «Оптимизация и математическое программирование» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации».

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки» для специальности для специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика и по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника» для специальности 05.13.18 -математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности для специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика и специальности 05.13.18 -математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

## 2 Цели и задачи освоения дисциплины

- фундаментальная подготовка аспирантов в области теории оптимизации;
- формирование подходов к выполнению самостоятельных исследований аспирантами в области теории оптимизации.

## 3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 часа)

### 4 4.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных			Сам. работа		
				Лекц.	Лаб.	Прак.			КСР
1.	Оптимизация и математическое программирование	108	36	36				72	Кандидатский экзамен

### 4.2. Содержание дисциплины

1. Основные идеи и методы теории экстремума и выпуклого анализа.
2. Аппарат теории экстремума.
3. Экстремальные задачи без ограничений.
4. Принцип Лагранжа для конечномерных экстремальных задач с ограничениями.
5. Принцип Лагранжа для задач вариационного исчисления.
6. Принцип Лагранжа для задач оптимального управления.
7. Выпуклые множества и выпуклые функции.
8. Теоремы отделимости.





9. Субдифференциальное исчисление.
10. Двойственность в выпуклом анализе.
11. Принцип Лагранжа для выпуклых экстремальных задач.
12. Задачи оптимального восстановления линейных функционалов и операторов по неточной информации.
13. Предварительные сведения.
14. Общие результаты о восстановлении линейных функционалов по неточной информации.
15. Задачи интерполяции, экстраполяции, дифференцирования, интегрирования и др.
16. Оптимальное восстановление функций и их производных по неточно заданному спектру.
17. Оптимальное восстановление решений дифференциальных уравнений по неточным исходным данным.

## 5 Контрольные вопросы

1. Понятие производной для конечномерных отображений.
2. Необходимые и достаточные условия минимума для конечномерной задачи без ограничений.
3. Принцип Лагранжа для конечномерной задачи с ограничениями типа равенств.
4. Принцип Лагранжа для конечномерной задачи с ограничениями типа равенств и неравенств.
5. Необходимые условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления.
6. Необходимые условия экстремума в задаче Больца.
7. Необходимые условия экстремума в изопериметрической задаче.
8. Необходимые условия экстремума в задаче Лагранжа.
9. Необходимые условия минимума в задаче оптимального управления.
10. Понятие выпуклого множества, выпуклой оболочки множества, выпуклой функции. Основные операции над выпуклыми множествами.
11. Формулировка конечномерной теоремы отделимости для выпуклых множеств.
12. Понятие субдифференциала выпуклой функции. Примеры.
13. Понятие двойственной задачи к данной задаче. Двойственность в линейном программировании.
14. Постановка задачи оптимального восстановления линейного функционала на классе элементов по неточной информации о самих элементах. Примеры.
15. Теорема двойственности для задачи оптимального восстановления линейного функционала.
16. Постановка задачи оптимального восстановления линейного оператора на классе элементов по неточной информации о самих элементах. Примеры.
17. Постановки задач об оптимальных квадратурах, интерполяции и экстраполяции. Двойственные задачи.
18. Постановка задачи и формулировка результата об оптимальном восстановлении значения периодической функции в данной точке по ее неточно заданным коэффициентам Фурье.
19. Постановка задачи и формулировка результата об оптимальном восстановлении значения функции, заданной на прямой, в данной точке по ее неточно заданному преобразованию Фурье.
20. Постановка задачи и формулировка результата об оптимальном восстановлении периодической функции в среднеквадратической метрике по ее неточно заданным коэффициентам Фурье.
21. Постановка задачи и формулировка результата об оптимальном восстановлении функции, заданной на прямой, в среднеквадратической метрике по ее неточно заданному преобразованию Фурье.
22. Постановка задачи и формулировка результата о наилучшем восстановлении решения уравнения теплопроводности по его неточным измерениям в отдельные моменты времени.



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.05 «Теория помехоустойчивого кодирования (по выбору)  
Специальность 01.01.09 ; 05.13.17; 05.12.13  
подготовки аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича  
Российской академии наук  
ИППИ РАН**

**Рабочая программа дисциплины**

ОД.А.05 «Теория помехоустойчивого кодирования»

Специальность 01.01.09;05.13.17; 05.12.13  
подготовки аспирантура

Разработчик программы:

Доцент, д.т.н. К. Ш. Зигангиров,  
д.ф.-м.н., профессор Г. А. Кабатянский

Одобрена на заседании УС  
«03» сентября 2018 г.

Председатель УС  
В.И.Венец

(подпись)



Москва, 2018 г





## Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Теория помехоустойчивого кодирования» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 01.01.09; 05.13.17; 05.12.13.

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки» для специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика и по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника» для специальности 05.13.17 теоретические основы информатики
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика и специальности 05.13.17-теоретические основы информатики

### 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Фундаментальная подготовка слушателей в области теории информации и теории кодирования, построение навыков применения теории информации и теории кодирования при конструировании и исследовании телекоммуникационных сетей и систем, оказание консультаций слушателям в проведении собственных теоретических и экспериментальных исследований телекоммуникационных сетей и систем.

### 2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 час.).

#### 2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Теория помехоустойчивого кодирования	180	90	90				90	Кандидатский экзамен

#### 2.2. Содержание дисциплины

1. Введение. Передача данных. Передача данных и хранение информации. Методы модуляций. Каналы связи. Модели каналов. Прием сигналов. Обнаружение сигналов.
2. Элементы теории информации и кодирование дискретных источников сообщений. Основные определения и соотношения теории информации. Метод типов. Кодирование дискрет-



- ных источников сообщений. Универсальное кодирование.
3. Общая теория блочных кодов. Блочные коды - основные характеристики. Линейные коды, двойственность. Коды Хэмминга и симплекс-коды. Метод случайного кодирования и пропускная способность канала. Задачи сложности в теории кодирования.
  4. Конструкции семейств блочных кодов. Коды Рида-Соломона и коды БЧХ как их подкоды. Алгоритмы декодирования (списочного) кодов Рида-Соломона. Полиномы Жегалкина и коды Рида-Маллера, их декодирование. Коды Гоппы и введение в алгебро-геометрические коды. Каскадные конструкции.
  5. Коды на графах. Коды на графах и вычислительное дерево. Блочные коды с малой плотностью проверок (КМПП) на четность. Характеристики блочных КМПП. Алгоритмы итеративного декодирования блочных КМПП. Методы анализа блочных КМПП. Пороги. Обобщенные блочные КМПП. Коды на экспандерах(расширителях)
  6. Общая теория сверточных кодов. Сверточные коды - основные определения и характеристики. Методы декодирования сверточных кодов. Апостериорно-вероятностное декодирование сверточных кодов. Конструкции турбо кодов. Итеративное декодирование турбо кодов. Многоуровневые турбо коды.
  7. Сверточные КМПП. Построение сверточных КМПП. Сверточные перемежители. Конвейерное декодирование сверточных КМПП. Анализ порогов сверточных КМПП. Другие итеративно декодируемые сверточные КМПП.
  8. Другие приложения кодов. Коды, дискретная геометрия и сигналы. Коды и защита информации(розшифровка шифротекста). Коды для каналов с множественным доступом и задачи поиска.

### ***Контрольные вопросы***

1. Перечислите основные методы кодирования, практически используемые в современных телекоммуникационных сетях и системах.
2. По какому критерию выбираются в настоящее время помехоустойчивые коды и методы их декодирования при построении систем передачи данных?
3. На чем были сосредоточены усилия ученых, работавших в области теории кодирования в 60-80 гг. прошлого века, и каковы проблемы, решаемые современными исследователями в этой области?
4. Дайте определение сверточного кода. Какие методы декодирования сверточных кодов вы знаете?
5. Как определяется свободное расстояние сверточного кода? Сформулируйте границы для свободного расстояния. От чего они зависят?
6. Какие коды используются в турбо-кодах в качестве компонентных кодов?
7. Какой итеративный алгоритм используется для декодирования компонентных кодов турбо-





кодов?

8. Какие два класса блочных кодов с малой плотностью проверок (КМПП) на четность вы знаете?
9. Опишите асимптотические характеристики блочных КМПП кодов при длинах кодов, стремящихся к бесконечности.
10. Какие итеративные алгоритмы декодирования КМПП кодов вы знаете? Сравните их сложности.
11. Опишите алгоритм построения сверточных КМПП кодов.
12. Как ведут себя сверточные КМПП коды когда память кода стремится к бесконечности? В частности, куда стремятся пороги? Сравните их поведение с поведением порогов блочных КМПП кодов.

### **3. Образовательные технологии**

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет. Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

### **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### **Основная литература**

1. Мак-Вильямс Ф.Дж., Слоэн Н.Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки. М.: Связь. 1979.
2. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир. 1976.
3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролируемых ошибки. М.: Мир. 1986.
4. Влэдуц С.Г., Ногин Д.Ю., Цфасман М.А. Алгеброгеометрические коды. Основные понятия. МЦНМО, 2003.
5. Сагалович КХЛ. Введение в алгебраические коды. М.: Минобрнауки РФ, Агентство по печати; МФТИ; ИППИ РАН, 2007.
6. Сидельников В.М. Теория кодирования. М.: Физматлит, 2008.
7. Ромащенко А., Румянцев А., Шень А. Заметки по теории кодирования.





Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.05 «Теория помехоустойчивого кодирования»  
Специальность 01.01.09; 05.13.17; 05.12.13  
подготовки аспирантура

МЦНМО, 2011.

8. Johannesson R., Zigangirov K.Sh. Fundamentals of convolutional coding. IEEE Press. 1999.
9. Д. Кудряшов. Теория информации. Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2018

### Авторы

Доцент, д.т.н. К. Ш. Зигангиров, д.ф.-м.н.,  
профессор Г. А. Кабатянский



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.05 «Теория экстремальных задач»  
Специальность 01.01.02; 01.01.09; 05.13.01; 05.13.18  
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича  
Российской академии наук  
ИППИ РАН**

**Рабочая программа дисциплины**

**ОД.А.05 «Теория экстремальных задач»**  
Специальности 01.01.02 01.01.02; 01.01.09; 05.13.01; 05.13.18

аспирантура

Разработчик программы: д.ф.-м. н. А.М. Красносельский

Одобрена на заседании УС  
«03» сентября 2019 г.

Председатель УС

В.И.Венец

(подпись)



Москва, 2019 г.





## Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Теория экстремальных задач» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 01.01.02; 01.01.09;05.13.01;05.13.18 .

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» для специальности 01.01.02; 01.01.09;05.13.01;05.13.18
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности 01.01.02; 01.01.09;05.13.01;05.13.18

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

Основной целью курса является выработка у учащихся навыков формулировки и постановки различных классов экстремальных задач. Осознание важности выбора различных критериев оптимальности. Обучение учащихся различным современным методам исследования экстремальных задач и задач оптимального управления. Освоение соответствующего математического аппарата.

## 2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 час.).

### 2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Сам. работа	Вид итогового контроля
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных			90		
				Лекц.	Лаб.	Прак.			
1.	Методология научных исследований	180	45			45		экзамен	

### 2.2. Содержание курса:

#### Темы лекций

- Лекции 1–2. Как формализуются экстремальные задачи?
- Лекции 3–4. Правило множителей Лагранжа
- Лекции 5–6. Математический аппарат
- Лекции 7–8. Принцип Лагранжа
- Лекции 9–10. Условия 2-го порядка
- Лекции 11–12. Анормальные задачи
- Лекции 13–14. Классические задачи оптимального управления
- Лекции 15–16. Задачи со смешанными ограничениями
- Лекции 17–18. Метод динамического программирования



Лекции 19–20. Задача управляемости

### Темы семинарских занятий

- Занятия 1–2. Как формализуются экстремальные задачи?
- Занятия 3–4. Правило множителей Лагранжа
- Занятия 5–6. Математический аппарат
- Занятия 7–8. Принцип Лагранжа
- Занятия 9–10. Условия 2-го порядка
- Занятия 11–12. Анормальные задачи
- Занятия 13–14. Классические задачи оптимального управления
- Занятия 15–16. Задачи со смешанными ограничениями
- Занятия 17–18. Метод динамического программирования
- Занятия 19–20. Задача управляемости

### 3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

### 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

- Университетская библиотека онлайн <http://www.biblioclub.ru>
- 3. Национальный цифровой ресурс "РУКОНТ" <http://rucont.ru>
- 4. IQlib <http://www.iqlib.ru>
- 5. НЭБ Elibrary <http://elibrary.ru>
- 6. Science Direct <http://www.sciencedirect.com>
- 7. EBSCO <http://search.ebscohost.com>, Academic Search Premier
- 8. Oxford University Press <http://www3.oup.co.uk/jnls>
- 9. Sage Publications <http://online.sagepub.com>
- 10. Springer/Kluwer <http://www.springerlink.com>





Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.05 «Теория экстремальных задач»  
Специальность 01.01.02; 01.01.09; 05.13.01; 05.13.18  
аспирантура

11. Tailor & Francis <http://www.informaworld.com>
12. Web of Science <http://www.isiknowledge.com>
13. Университетская информационная система РОССИЯ. <http://www.cir.ru/index.jsp>

Автор: д.ф.-м.н. А.М.Красносельский



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.05 «Выпуклая оптимизация»  
Специальность 01.01.02; 01.01.09; 05.13.01; 05.13.18  
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича  
Российской академии наук  
ИППИ РАН**

**Рабочая программа дисциплины**

ОД.А.05 «Выпуклая оптимизация»  
Специальность 01.01.02; 01.01.09; 05.13.01; 05.13.18

аспирантура

Разработчик программы: Ю.В.Дорн

Одобрена на заседании УС  
«03» сентября, 2019г.

Председатель УС

В.И.Венец

(подпись)



Москва, 2019 г.





## Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Выпуклая оптимизация» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальности 01.01.02; 01.01.09;05.13.01;05.13.18

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО по направлению 01.06.01 «Математика и механика» для специальности 01.01.02; 01.01.09;05.13.01;05.13.18
- Учебным планом института по образовательной программе для специальностей 01.01.02; 01.01.09;05.13.01;05.13.18

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

Курс предназначен для студентов последних курсов магистратуры и аспирантов математического и естественно-научного профиля. Целью курса является знакомство студентов с теорией и методами выпуклой оптимизации и их возможным применением в приложениях.

## 2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 час.).

### 2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Выпуклая оптимизация	180	90	90				90	экзамен

### 2.2. Содержание курса:

Лекция 1: Выпуклые множества

Выпуклые, аффинные и конические множества. Выпуклые, аффинные и конические оболочки множества и выпуклые, конические и аффинные комбинации точек. Преобразования, сохраняющие выпуклость. Сопряженные множества и их свойства. Понятие отделимости множеств, теоремы отделимости.

Лекция 2: Выпуклые функции



Определение выпуклых функций. Надграфик и поверхность уровня функций. Критерии выпуклости функции. Преобразования, сохраняющие выпуклость функции. Сопряженные функции и их свойства.

Лекция 3: Субдифференциалы и субградиенты.

Понятие субградиента и субдифференциала функции. Свойства субдифференциала. Теорема о субдифференциале суммы функций, теорема Милютина-Дубовицкого.

Лекция 4: Условия оптимальности

Постановка задач оптимизации. Условия оптимальности первого порядка для безусловной задачи оптимизации гладкой выпуклой функции. Условия оптимальности первого порядка для безусловной задачи оптимизации негладкой функции. Условия оптимальности для задач оптимизации с ограничениями. Теорема Каруша-Куна-Таккера (подробно).

Лекция 5: Двойственность

Двойственная задача оптимизации. Теорема о слабой и сильной двойственности. Двойственная задача для задачи ЛП. Двойственная задача для задачи квадратичного программирования. Коническая двойственность.

Лекция 6: Введение в методы оптимизации

Общая структура методов оптимизации. Концепты решения. Понятие оракула. Условия останова и условия оптимальности. Сходимость методов оптимизации. Градиентный метод и скорость его сходимости.

Лекция 7: Сложность задач выпуклой оптимизации

Сложность задачи безусловной выпуклой оптимизации с гладким функционалом. Быстрый градиентный метод Нестерова. Сложность задачи негладкой оптимизации. Метод проекции субградиента.

Лекция 8: Проксимальные методы

Проксимальное отображение. Проксимальные методы. Метод проксимального градиентного спуска. ISTA. Метод проекции градиента. Метод проксимальной минимизации. Ускоренный проксимальный градиентный спуск. FISTA.

Лекция 9: Техника сглаживания

Сглаживание кусочно-линейного выпуклого функционала с контролируемой точностью. Быстрый градиентный метод для сглаженной задачи.

Лекция 10: Метод зеркального спуска

Прямо-двойственные методы. Методы зеркального спуска.

Лекция 11: Рандомизированные алгоритмы оптимизации

Покомпонентные градиентные спуски. Стохастический градиентный спуск. Рандомизация по батчам. Арргох - метод.

Лекция 12: Метод Ньютона и квази-Ньютоновские методы

Метод Ньютона и его свойства. Метод Ньютона для задач с ограничениями типа линейных равенств. Квазиньютоновские методы. BFGS и его свойства. Preconditioning.





Лекция 13: Методы штрафных функций  
Общая концепция методов штрафных функций. Внутренние и внешние штрафы. Барьерный метод и его скорость сходимости. Метод модифицированной функции Лагранжа.

Лекция 14: ADMM и параллельные вычисления  
Метод ADMM. Метод ADMM с Jacobian setting. Скорость сходимости метода ADMM.

Лекция 15: Методы внутренней точки  
Методы внутренней точки

Лекция 16: Регуляризация  
Регуляризация и структура решения (LASSO). Регуляризация и свойства методов (Кубическая регуляризация для метода Ньютона).

Лекция 17: Стохастическая оптимизация  
Концепция решения задачах стохастической оптимизации. Recourse function. Выпуклость задач стохастической оптимизации. Условия оптимальности в задачах стохастической оптимизации. Методы решения, основанные на методе Монте-Карло.

Лекция 18: Робастная оптимизация  
Концепция робастно допустимого решения. Параметризация множества неопределенности параметров. Построение робастной аппроксимации линейных ограничений с неопределенностью с помощью конической двойственности. Аппроксимация вероятностных ограничений.

Лекция 19: Онлайн-оптимизация  
Постановка задачи онлайн-оптимизации. Многоаружие бандиты. Multiplicative Weights Update algorithm и примеры его применения.

### **3. Образовательные технологии**

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

### **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**





Основная литература:

1. Boyd S., Vandenberghe L. Convex optimization. – Cambridge university press, 2004.
2. Ben-Tal A., El Ghaoui L., Nemirovski A. Robust optimization. – Princeton University Press, 2009. – Т. 28.
3. Shalev-Shwartz S. et al. Online learning and online convex optimization //Foundations and Trends® in Machine Learning. – 2012. – Т. 4. – №. 2. – С. 107-194.
4. Hazan E. et al. Introduction to online convex optimization //Foundations and Trends® in Optimization. – 2016. – Т. 2. – №. 3-4. – С. 157-325.
5. Giselsson P., Boyd S. Linear convergence and metric selection for Douglas-Rachford splitting and ADMM //IEEE Transactions on Automatic Control. – 2017. – Т. 62. – №. 2. – С. 532-544.
6. Boyd S. et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers //Foundations and Trends® in Machine learning. – 2011. – Т. 3. – №. 1. – С. 1-122.
7. Parikh N. et al. Proximal algorithms //Foundations and Trends® in Optimization. – 2014. – Т. 1. – №. 3. – С. 127-239.
8. Bubeck S. et al. Convex optimization: Algorithms and complexity //Foundations and Trends® in Machine Learning. – 2015. – Т. 8. – №. 3-4. – С. 231-357.
9. Nesterov Y., Nemirovskii A. Interior-point polynomial algorithms in convex programming. – Siam, 1994. – Т. 13.
10. Nesterov Y. Lectures on convex optimization. – 2018.
11. Nesterov Y. Smooth minimization of non-smooth functions //Mathematical programming. – 2005. – Т. 103. – №. 1. – С. 127-152.
12. Shapiro A., Dentcheva D., Ruszczyński A. Lectures on stochastic programming: modeling and theory. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009.
13. Ben-Tal A., Nemirovski A. Lectures on modern convex optimization: analysis, algorithms, and engineering applications. – Siam, 2001. – Т. 2.
14. Wright S., Nocedal J. Numerical optimization //Springer Science. – 1999. – Т. 35. – №. 67-68. – С. 7.
15. Nesterov Y. et al. Gradient methods for minimizing composite objective function. – 2007.
16. Lee J. D., Sun Y., Saunders M. Proximal Newton-type methods for convex optimization //Advances in Neural Information Processing Systems. – 2012. – С. 827-835.
17. Nesterov Y., Polyak B. T. Cubic regularization of Newton method and its global performance //Mathematical Programming. – 2006. – Т. 108. – №. 1. – С. 177-205.
18. Nishihara R. et al. A general analysis of the convergence of ADMM //arXiv preprint arXiv:1502.02009. – 2015.
19. Diamond S., Boyd S. CVXPY: A Python-embedded modeling language for convex optimization //The Journal of Machine Learning Research. – 2016. – Т. 17. – №. 1. – С. 2909-2913.
20. Bubeck S., Eldan R. Multi-scale exploration of convex functions and bandit convex optimization //Conference on Learning Theory. – 2016. – С. 583-589.

Автор:

Ю.В.Дорн





Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.04 «Методология научных исследований»  
Специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление»  
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича  
Российской академии наук  
ИППИ РАН**

**Рабочая программа дисциплины**

ОД.А.04 «Методология научных исследований»  
Специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление»  
аспирантура

Разработчик программы: д.ф.-м. н. А.М. Красносельский

Одобрена на заседании УС  
«03» сентября 2019г.

Председатель УС

В.И.Венец

(подпись)



Москва, 2019 г.



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.05 «Методы теории оптимального управления»  
Специальность 01.01.02;01.01.09;05.13.18  
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича  
Российской академии наук  
ИППИ РАН**

**Рабочая программа дисциплины**

**ОД.А.05 «Методы теории оптимального управления»**  
Специальность 01.01.02; Специальность 01.01.02;01.01.09;05.13.18

аспирантура

Разработчик программы: д.ф.-м. н. А.М. Красносельский

Одобрена на заседании УС  
«*03*» *сентября* 2019г.

Председатель УС

В.И.Венец



(подпись)

Москва, 2019 г.





## Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Методы теории оптимального управления» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов для специальностей 01.01.02;01.01.09;05.13.18

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО для специальностей 01.01.02;01.01.09;05.13.18.  
Учебным планом института по образовательной программе для специальностей 01.01.02;01.01.09;05.13.18.

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

Основными целями курса являются обучение учащихся различным современным методам решения задач оптимального управления и освоение математического аппарата, используемого для исследования данных проблем.

## 2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 час.).

### 2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Методы теории оптимального управления	180	90	90				90	экзамен

### 2.2. Содержание курса:

1. Математические модели реальных процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. Общая задача оптимального управления. Задача линейного оптимального быстрого действия. Примеры математических моделей физических процессов.
2. Множество достижимости и его свойства. Экстремальное управление. Существование оптимального управления в задаче линейного быстрого действия. Необходимые условия оптимальности (принцип максимума Понтрягина) в задаче линейного быстрого действия.
3. Метрика Хаусдорфа, непрерывность по Хаусдорфу. Теорема о слабой компактности измеримых вектор-функций. Экстремальное управление, необходимые и достаточные условия экстремальности. Сопряженные системы, сопряженные переменные, формула Коши решения линейного дифференциального уравнения.





3. Существование биортогональной системы векторов в векторном пространстве для линейно независимой системы функционалов. Критерий Грама линейной независимости векторов. Теорема о неявной функции. Лема об аннуляторе. Функция Ляпунова. Теоремы об устойчивости решения системы дифференциальных уравнений. Понятие инвариантного подпространства дифференциальной системы. Опорные функции ограниченных множеств и их свойства.
4. Функция Беллмана, уравнение Беллмана. Связь функции Беллмана с функцией Ляпунова. Применение метода динамического программирования к решению линейной задачи оптимального управления с квадратичным критерием.
5. Стабилизация линейных систем. Стабилизируемость линейных систем одномерным управлением. Задача Лурье – задача абсолютной устойчивости.
6. Понятие управляемости дифференциальных систем. Управляемость в задачах без ограничений. Необходимые и достаточные условия полной управляемости линейных дифференциальных автономных систем. Теорема Калмана и ее следствие. Критерий полной управляемости линейных нестационарных систем без ограничений на управление.
7. Управляемость линейных систем при наличии ограничений на управление. Необходимые и достаточные условия локальной управляемости линейных систем. Управляемость нелинейных систем. Достаточные условия. Опорные функции и их свойства. Задача локальной управляемости линейной автономной системы и условия ее локальной управляемости, найденные с применением опорных функций.
8. Линейная задача оптимального быстрогодействия. Необходимые условия оптимальности при условии, что множество начальных положений – выпуклый компакт. Достаточные условия оптимальности.

### 3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

### 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Университетская библиотека онлайн <http://www.biblioclub.ru>

3. Национальный цифровой ресурс "РУКОНТ" <http://rucont.ru>

4. IQlib <http://www.iqlib.ru>





5. НЭБ Elibrary <http://elibrary.ru>
6. Science Direct <http://www.sciencedirect.com>
7. EBSCO <http://search.ebscohost.com>, Academic Search Premier
8. Oxford University Press <http://www3.oup.co.uk/jnls>
9. Sage Publications <http://online.sagepub.com>
10. Springer/Kluwer <http://www.springerlink.com>
11. Tailor & Francis <http://www.informaworld.com>
12. Web of Science <http://www.isiknowledge.com>
13. Университетская информационная система РОССИЯ. <http://www.cir.ru/index.jsp>

Автор: д.ф.-м.н. А.М.Красносельский



Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН  
Программа дисциплины ОД.А.05 «Избранные главы теории вероятностей»  
Специальность— (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17;05.13.18; 05.12.13  
аспирантура

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича  
Российской академии наук  
ИППИ РАН**

**Рабочая программа дисциплины**

аспирантура ОД.А.05 «Избранные главы теории вероятностей»  
Специальность (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17;05.13.18; 05.12.13  
05.12.13

Разработчик программы:  
К.т.н. А. А. Сафонов, д.ф.-м.н. А. Н. Соболевский

Одобрена на заседании УС

« 01 » июня 2016 г.

Председатель УС

В.И.Венец

(подпись)



Москва, 2016 г.





### Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения аспиранта и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа ОД.А.05 «Избранные главы теории вероятностей» предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину, аспирантов, обучающихся по специальности (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17; 05.13.18; 05.12.13

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- ФГОС ВО для специальности (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17; 05.13.18; 05.12.13
- Учебным планом института по образовательной программе для специальности (ОДА 05)-01.01.09; 05.13.17; 05.13.18; 05.12.13
- 

### 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины - освоение студентами избранных глав теории вероятностей, в частности, теории массового обслуживания и теории случайных процессов.

Задачи: фундаментальная подготовка студентов в двух областях теории вероятностей: теории массового обслуживания (ТМО) и теории случайных процессов (ТСП); построение у студентов навыков применения ТМО и ТСП в исследовании телекоммуникационных сетей и систем; оказание консультаций студентам в проведении собственных теоретических и экспериментальных исследований телекоммуникационных сетей и систем.

### 2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 час.).

#### 2.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины	Объем учебной работы (в часах)						Вид итогового контроля	
		Всего	Всего аудит.	Из аудиторных					Сам. работа
				Лекц.	Лаб.	Прак.	КСР		
1.	Избранные главы теории вероятностей	180	72	36		36		108	экзамен

#### 2.2. Содержание дисциплины

1. Элементарные и составные события. Дискретные случайные величины, их распределения и совместные распределения, моменты. Маргинальные и условные распределения. Независимые случайные величины. Производящие функции распределения вероятности и моментов. Поведение производящих функций, мат. ожидания и дисперсии при сложении независимых случайных величин. Вывод биномиального распределения методом производящих функций.





- Вывод распределения Пуассона из биномиального распределения методом производящих функций.
2. Непрерывные случайные величины. Кумулятивная функция распределения вероятности (к.ф.р.), функция плотности вероятности (ф.п.в.) и характеристическая функция распределения вероятности (х.ф.). Абсолютно непрерывные и сингулярные распределения. Совместное распределение, маргинальные и условные распределения в непрерывном случае, формула полной вероятности, независимость. Поведение х.ф., мат. ожидания и дисперсии при сложении случайных величин. Логарифм х.ф. (характеристический показатель) и кумулянты случайной величины. Экспоненциальное распределение, его характеристическое свойство («сколько ни ждешь, осталось ждать еще столько же»). Гамма-распределение как сумма экспоненциальных распределений.
  3. Классификация потоков событий. Пуассоновский поток. Поток Пальма. Прореживание пуассоновских потоков. Помеченный пуассоновский поток. Суперпозиция пуассоновских потоков.
  4. Основные понятия теории массового обслуживания. Формула Литтла. Система M/MU1. Передача в канале без шума и длиной пакетов с экспоненциальным распределением как система M/M/1. Оценка среднего времени ожидания пакета в очереди.
  5. Передача пакетов равной длины по беспроводному каналу с белым шумом как система В/В/1. Входной поток малой интенсивности как оп- off-процесс, передача по каналу как бернуллиевский процесс с вероятностью  $p$ , отражающей уровень шума в канале. Оценка среднего и дисперсии времени передачи пакета и пропускной способности канала в зависимости от уровня шума.
  6. Система M/G/1. Оценка среднего времени ожидания пакета в очереди методом производящих функций.
  7. Предельные теоремы. Среднее выборки и дисперсия выборки. Неравенства Маркова, Чебышева, закон больших чисел. Слабая сходимости случайных величин. Непрерывность х.ф. относительно слабой сходимости (без доказательства, но с обсуждением основных идей). Центральная предельная теорема (вывод с помощью х.ф.). Закон больших чисел в форме Хинчина (через х.ф.),
  8. Нормальное распределение и распределение хи-квадрат. Нормальное распределение, гауссовы векторы. Распределение хи-квадрат, число его степеней свободы. Критерий хи-квадрат. Пример проверки статистической гипотезы: бомбардировки Лондона (по В. Фелдеру)
  9. Цепь Маркова с конечным числом состояний. Граф цепи Маркова и матрица вероятностей перехода. Стационарное распределение цепи Маркова. Принцип детального равновесия, обратимые цепи Маркова.
  10. Моделирование процесса переключения сигнально-кодовых конструкций при передаче в беспроводном канале цепью Маркова. Оценка стационарных вероятностей передачи на каждой СКК.
  11. Обнаружение сетей (network discovery) с помощью биконов. Передача биконов без прослушивания (метод ALOHA) и с прослушиванием беспроводной среды (метод CSMA/CA). Оценка вероятности успешной передачи бикона и среднего числа биконов, переданных за окно передачи.





12. Эргодическая теорема для цепей Маркова. Существование и единственность стационарного распределения в общей неприводимой непериодической цепи Маркова.
13. Вероятностное пространство, алгебра событий, процессы и потоки алгебр.
14. Случайное блуждание и процесс Винера как его предел.
15. Описание статистики случайного процесса в терминах корреляционных функций. Теорема Колмогорова (без доказательства).
16. Марковские процессы. Уравнение Смолуховского. Диффузионные процессы и уравнение Фоккера-Планка (с выводом).
17. Краевые условия для уравнения Фоккера-Планка. Распределение времени выхода. Равновесное распределение вероятности, обратимость, распределение Гиббса.
18. Марковские процессы со скачками. Уравнение Колмогорова-Феллера.
19. Уравнение Ланжевена. Процесс Орнштейна-Уленбека.
20. Стохастические дифференциальные уравнения. Стохастическое дифференциальное исчисление по Ито и по Стратоновичу.
21. Спектральное разложение случайной функции. Стационарные случайные функции, спектральное условие стационарности.
22. Теорема Винера-Хинчина. Формула Найквиста, "белый" и "цветной" шум.
23. Стационарные случайные процессы и эргодическая теория динамических систем.

#### **Контрольные вопросы**

1. Распределение вероятности на множестве натуральных чисел: каким условиям удовлетворяет, как задается (перечислите все известные вам способы), какими параметрами может быть охарактеризовано.
2. Распределение вероятности на числовой прямой: каким условиям удовлетворяет, как задается (перечислите все известные вам способы), какими параметрами может быть охарактеризовано.
3. Совместное распределение вероятности нескольких случайных величин. Маргинальные и условные распределения, независимость.
4. Моменты и кумулянты случайных величин: определения и формулы для выражения одних через другие.
5. Потоки событий, марковское свойство и рекуррентность.
6. Основные понятия теории массового обслуживания.
7. Передача в канале без шума и длиной пакетов с экспоненциальным распределением как система M/M/1.
8. Передача пакетов равной длины по беспроводному каналу с белым шумом как система V/V/1.
9. Система M/G/1. Оценка среднего времени ожидания пакета в очереди методом производящих функций.
10. Закон больших чисел (формулировка и доказательство при помощи неравенства Чебышева).
11. Центральная предельная теорема (формулировка и доказательство сходимости к характеристической функции нормального распределения).
12. Серия однотипных вопросов о каждом из основных распределений, встречающихся при решении задач: биномиальное, распределение Пуассона, геометрическое, отрицательное





биномиальное, экспоненциальное, гамма-распределение, нормальное распределение, распределение хи-квадрат, распределение Коши. Для каждого распределения надо дать определение или описание вероятностного эксперимента, приводящего к появлению случайной величины, распределенной по данному закону, вид функции плотности вероятности и характеристической функции, формулы для основных статистических характеристик (мат. ожидание, дисперсия, кумулянты первых четырех порядков).

13. Цепь Маркова с конечным числом состояний: определение при помощи помеченного графа и матрицы, вероятности перехода и маргинальные вероятности, стационарные распределения.
14. Моделирование процесса переключения сигнально-кодowych конструкций при передаче в беспроводном канале цепью Маркова.
15. Передача биконов без прослушивания беспроводной среды (метод ALOHA)
16. Передача биконов с прослушиванием беспроводной среды (метод CSMA/CA)
17. Эргодическая теорема для цепей Маркова: классификация состояний и доказательство для неприводимой нециклической цепи.

### 3. Образовательные технологии

В качестве образовательных технологий применяются активные образовательные технологии (лекции), а также самостоятельная работа аспирантов под контролем научного руководителя.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов.

Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим учебники, учебнометодические пособия, конспекты лекций. Основные виды самостоятельной работы: в читальном зале библиотеки, в домашних условиях с доступом к ресурсам Интернет.

Контроль знаний осуществляется в процессе индивидуальной работы с научным руководителем, а также в процессе участия в аудиторных занятиях (доклады, обсуждения).

### 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### Основная литература

1. Ширяев А.Н, Вероятность. Любое издание.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Любое издание.

#### Дополнительная литература

1. Ван Кампен Н.Г. Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высшая школа. 1990.
2. Гардинер К.В. Стохастические методы в естественных науках. М.: Мир, 1986.
3. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1986.

#### Интернет-ресурсы

1. Markov process. Encyclopedia of Mathematics. URL:





[http://www.encyclopediaofmath.org/index.php?title=Markov\\_process&oldid=37905](http://www.encyclopediaofmath.org/index.php?title=Markov_process&oldid=37905) (версия от 14 марта 2016 г.)

2. Kempthorne P. Mathematical Statistics. MIT OpenCourseWare course. URL: <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-655-mathematical-statistics-spring-2016/> (весна 2016 г.)
3. Polyanskiy Y. Information Theory. MIT OpenCourseWare course. URL: <https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-441-information-theory-spring-2016/> (весна 2016 г.)

### ***Пособия и методические указания***

Рекомендуются следующие сборники задач:

1. Ширяев А. Н. Задачи по теории вероятностей. М.: МЦНМО, 2011.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Любое издание (разделы задач в конце каждой главы).
3. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О, Конкретная математика: Основание информатики. М.: Мир, 1998. Гл. 7, 8 и задачи к ним.
4. Ван Кампен Н. Г. Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высшая школа, 1990 (разделы задач в конце каждой главы).

### **Авторы**

К.т.н. А. А. Сафонов, д.ф.-м.н. А. Н. Соболевский